

Планируемые результаты

По окончании обучения учащиеся получают возможность знать:

- методы решения уравнений;
- основные теоремы и формулы планиметрии;
- некоторые общие методы решения олимпиадных задач;
- нестандартные методы решения различных математических задач;
- логические приёмы, применяемые при решении задач;

По окончании обучения учащиеся научатся:

- анализировать и выбирать оптимальные способы решения уравнений и неравенств;
- решать линейные и квадратные уравнения и неравенства с модулем, параметром;
- воспроизводить понятие модуля, его свойства, алгоритмы построения графиков функций, схемы решения уравнений и неравенств с модулем, параметром;
- строить графики функций, содержащих знак модуля, параметр;
- применять теоретические знания при решении нестандартных задач, содержащих модуль, параметр;
- решать задачи олимпиадного уровня сложности по алгебре и геометрии;
- применять набор приемов и методов решения нестандартных задач;
- логически мыслить, рассуждать, делать умозаключения, аргументировать полученные результаты;
- участвовать в дискуссии, отстаивать своё мнение в поиске решения задач с использованием алгоритмов;
- работать с различными источниками информации.

Планируемый результат реализации программы

- Развитие логического мышления учащегося.
- Развитие математической интуиции.
- Умение переформулировать задачу, выделить частные случаи, обобщить задачу.

- Навыки ведения дискуссии, обсуждения задачи.
- Усвоение и умение применять ряд приемов решения олимпиадных задач.
- Видение новых приемов решения задач.

Содержание программы

Программа элективного курса рассчитана на один год обучения и содержит следующие темы:

«Принцип крайнего» (2 часа):

В различных разделах математики встречаются задачи, в которых рассматриваются совокупности объектов с определёнными свойствами, например: набор чисел, комбинация геометрических фигур и т.д... В таких наборах встречаются объекты, занимающие особое (крайнее) положение, например: наибольшее, наименьшее, центральное число, ближайшая точка, самая большая или самая маленькая геометрическая фигура, или фигура, лежащая в стороне от остальных. Такие крайние объекты несут важную информацию о всей совокупности, и их надо рассмотреть в первую очередь. Особые, крайние объекты часто служат «краеугольным камнем» решения.

Например, частным случаем принципа крайнего является метод экстремального контрпримера: допустим, утверждение задачи неверно. Тогда существует экстремальный в некотором смысле контрпример. И если окажется, что его можно еще уменьшить или увеличить, то получится искомое противоречие.

В этом и состоит принцип крайнего – рассмотри крайний объект в наборе объектов. Этот принцип является методом доказательства утверждений или решения задач. Разглядеть крайний объект не просто. Иногда существование крайнего очевидно, а иногда требует непростого доказательства.

«Принцип Дирихле» (2 часа):

Это простое математическое утверждение названо в честь замечательного немецкого математика П. Г. Л. Дирихле, который впервые отметил его и успешно применил к доказательству глубоких и нетривиальных математических утверждений.

Самая популярная в русскоязычной математической литературе формулировка принципа Дирихле следующая: "Нельзя рассадить трёх зайцев по двум клеткам так, чтобы в каждой клетке сидели по одному зайцу".

Поэтому в русскоязычной математической литературе принцип Дирихле называется принципом зайцев или кроликов. Принцип Дирихле представляет собой настолько очевидное утверждение, что на первый взгляд даже непонятно, почему он является весьма эффективным методом решения задач, дающим во многих случаях наиболее простое и изящное решение.

«Принцип математической индукции» (2 часа):

Принцип математической индукции является аксиомой арифметики.

Процесс доказательства методом математической индукции можно представить в виде бесконечной цепочки рядом стоящих костей домино, где мы толкаем первую доминошку, и падающая доминошка толкает следующую. Аксиома утверждает, что все они упадут.

- Принцип математической индукции.
- Решение задач с использованием метода математической индукции.
- Применение индукции в форме «спуска» — сведения доказательства утверждения T_n к доказательству утверждений T_k для некоторых $k < n$.

«Чётность» (1 час)

Когда мы имеем дело с задачами, в которых встречаются целые числа (например, число элементов некоторого множества может быть чётным или нечётным), тогда полезно посмотреть, чётно или нечётно это число. Если множество имеет нечётное число элементов, то оно непусто. Эта информация может оказаться очень полезной при решении задачи, особенно в тех, где требуется установить существования объекта, удовлетворяющего некоторым условиям.

Алгебра (13 часов)

«Функции и их свойства» (4 часа):

- Определение функции, область определения и область значений функции.
- Исторические сведения о функции;
- Линейная функция. Линейная функция, содержащая параметр;
- Способы построения графиков линейных функций, содержащих модули;
- Функции, заданные кусочно;
- Квадратичная функция и её график;
- Построение графиков квадратичных функций, содержащих знак модуля;

«Алгебраические преобразования» (5 часов):

- При решении уравнений, систем и некоторых других задач, по формулировке близких к «школьным», основным моментом в решении является выполнение некоторой выкладки, тождественного преобразования (например, группировки слагаемых или сомножителей), использование основных алгебраических формул.
- Задачи об арифметических, геометрических прогрессиях и других числовых последовательностях. Формула общего члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессии. Особенности выбора переменных и методика решения задач на прогрессии.

- Текстовые задачи на составление уравнений, неравенств.
- **Задачи на движение**
 Движение тел по течению и против течения. Равномерное и равноускоренное движение тел по прямой линии в одном направлении и навстречу друг другу. Движение тел по окружности в одном направлении и навстречу друг другу. Формулы зависимости расстояния, пройденного телом, от скорости, ускорения и времени в различных видах движения. Графики движения в прямоугольной системе координат. Чтение графиков движения и применение их для решения текстовых задач. Решение текстовых задач с использованием элементов геометрии. Особенности выбора переменных и методика решения задач на движение. Составление таблицы данных задачи и ее значение для составления математической модели.
- **Задачи на сплавы, смеси, растворы**
 Формула зависимости массы или объема вещества от концентрации и массы или объема. Особенности выбора переменных и методика решения задач на сплавы, смеси, растворы. Составление таблицы данных задачи и ее значение для составления математической модели.
- **Задачи на работу**
 Формула зависимости объема выполненной работы от производительности и времени ее выполнения. Особенности выбора переменных и методика решения задач на работу. Составление таблицы данных задачи и ее значение для составления математической модели.

«Неравенства» (2 часа):

- Доказательство неравенств.
- Метод интервалов; неравенства, содержащие модуль, неравенства с параметром.

«Многочлены» (2 часа):

- Задачи о свойствах квадратного трехчлена.
- Задачи о корнях многочленов.
- Разные задачи о многочленах.

Теория чисел (4 часа)

- Остатки.
- Делимость, простые числа, разложение на простые множители.
- Цифры и десятичная запись.
- Оценочные задачи в теории чисел.

Геометрия (9 часов)

«Основные факты. Признаки равенства треугольников» (2 часа):

- свойства средней линии, свойства равнобедренных треугольников;
- признаки равенства треугольников;

- свойства и признаки параллелограмма;
 - теоремы Пифагора, синусов, косинусов.
- «Подобие» (2 часа):
- Признаки подобия треугольников,
 - Отношение линейных элементов в подобных фигурах

«Площади» (1 час)

«Вписанный угол» (1 час)

«Секущие и касательные к окружности» (1 час)

«Геометрические преобразования» (1 час).

«Геометрические неравенства»(1 час):

- Неравенство треугольника.
- Свойство плоских углов трёхгранного угла.

Тематическое планирование.

(1 час в неделю, всего 33 часа)

№	Тема занятия	Общее кол-во часов
1.	Принцип крайнего	2
2.	Принцип Дирихле	2
3.	Принцип математической индукции	2
4.	Четность	1
<i>Алгебра (13 часов)</i>		
5.	Функции и их свойства. Построение графиков функций, содержащих знак модуля	4
6.	Алгебраические преобразования	5
7.	Неравенства	2
8.	Многочлены	2
<i>Теория чисел (4 часа)</i>		
9.	Остатки	1
10.	Делимость, простые числа, разложение на простые множители	1
11.	Цифры и десятичная запись	1
12.	Оценочные задачи в теории чисел	1
<i>Геометрия (9 часов)</i>		
13.	Основные факты. Признаки равенства треугольников	2
14.	Подобие	2
15.	Площади	1
16.	Вписанный угол	1
17.	Секущие и касательные к окружности	1
18.	Геометрические преобразования	1
19.	Геометрические неравенства	1